

ERROR DE TIEMPO EN CRONÓMETROS DIGITALES EN BASE A MEDICIONES DE INTERVALO DE TIEMPO Y FRECUENCIA

Luis M. Mojica O.¹, Raúl F. Solís B.²

¹ CENAMEP AIP, Panamá, Panamá, lmojicacenamep.org.pa

² CENAMEP AIP, Panamá, Panamá, rsolis@cenamep.org.pa

Abstract: Este trabajo muestra cómo aplicar en la calibración de cronómetros digitales una de las relaciones matemáticas empleadas en la calibración de osciladores, esto es para obtener el error de tiempo del cronómetro en base al error de frecuencia de la base de tiempo del mismo.

Key words: Hertz, frecuencia, segundo, tiempo, cuarzo, oscilador.

1. INTRODUCCIÓN

Para medir el error de tiempo del cronómetro hay dos alternativas: comparar el tiempo mostrado en pantalla contra un patrón de tiempo ó medir la base de tiempo del cronómetro.

La segunda alternativa se fundamenta en que la electrónica utilizada en el cronómetro para el conteo de pulsos tiene una contribución insignificante en el error de tiempo del cronómetro, es decir que el error de la base de tiempo se traslada al error de tiempo del cronómetro. La medición de la base de tiempo es una medición de frecuencia, similar a cuando se calibra un oscilador o generador de frecuencia, por lo cual se pueden aplicar los métodos de medición de osciladores. Por lo anterior, el error de la base tiempo del cronómetro se puede obtener realizando mediciones de frecuencia o por mediciones de intervalo de tiempo (tal cual como un oscilador). En la calibración de osciladores, para obtener el error de frecuencia en base a mediciones de intervalo de tiempo (diferencia de fase) y viceversa, es común aplicar una ecuación matemática que relaciona el desvío fraccional de frecuencia con el negativo del desvío fraccional de tiempo.

En este documento se muestra que la relación matemática empleada en la calibración de osciladores no se aplica del mismo modo cuando se quiere calcular el error de tiempo del cronómetro en base al error de frecuencia de la base tiempo del mismo.

2. OSCILADORES

Un oscilador genera una señal de frecuencia que puede ser utilizada como base de tiempo para mediciones de frecuencia, intervalos de tiempo, etc. Existen diversos métodos para determinar el error de frecuencia de un oscilador, pero en general se puede hacer por medición de frecuencia y medición de intervalo de tiempo (o fase), ver figura 1.

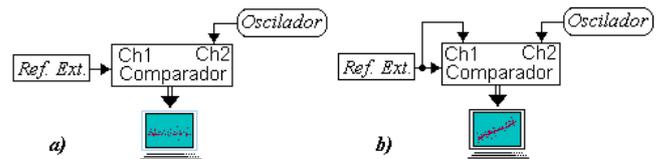


Fig. 1. Medición de frecuencia e intervalo de tiempo.

En una medición de frecuencia el error de frecuencia es la diferencia entre la frecuencia medida y la frecuencia nominal del oscilador, y se expresa como el desvío fraccional de frecuencia [1], ecuación 1.

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{f_{medida} - f_{nominal}}{f_{nominal}} \quad (1)$$

En una medición de intervalo de tiempo se compara la fase del oscilador respecto a un oscilador de referencia, colocando la referencia en el canal Ch1 “Start” y el oscilador bajo calibración (DUT) en el canal Ch2 “Stop”, como ilustra la figura 1b.

En la figura 2, podemos observar gráficamente el comportamiento de los datos de intervalo de tiempo tanto para el caso cuando la frecuencia medida es mayor que la nominal y viceversa.

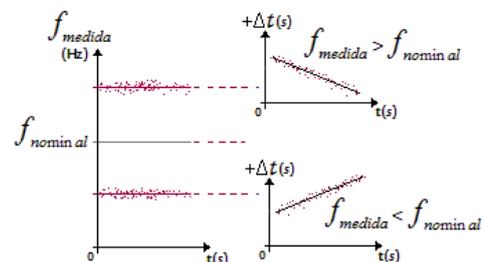


Fig. 2. Medición de frecuencia y de intervalo de tiempo.

Es importante señalar que la pendiente de la gráfica Δt vs t se denomina desvío fraccional de tiempo $\frac{\Delta t}{T}$, y se relaciona con la ecuación 1 como sigue:

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\Delta t}{T} = -\frac{T_{Ch2} - T_{Ch1}}{T} \quad (2)$$

La ecuación 2 muestra que el error de frecuencia de un oscilador puede ser obtenido mediante mediciones de frecuencia o por medio de mediciones de intervalo de tiempo comparando la fase del oscilador respecto a una señal de referencia. La ecuación 2 se cumple siempre que la medición se realice colocando las señales en los canales correspondientes, como muestra la figura 1b. Si el orden de conexión de las señales es invertido entonces en la ecuación 2 el signo negativo no debe ser utilizado.

Para comprender mejor la gráfica de la figura 2, consideremos la comparación de dos señales con frecuencia nominal de 1 Hz (1 pulso por segundo), donde la frecuencia del equipo bajo calibración (f_{DUT}) es menor, mayor e igual que la frecuencia de referencia (f_{REF}), ver figuras 3, 4 y 5. En la comparación, el desfase entre las señales se debe en gran medida a variaciones en f_{DUT} , asumimos que f_{REF} no está cambiando con el tiempo.

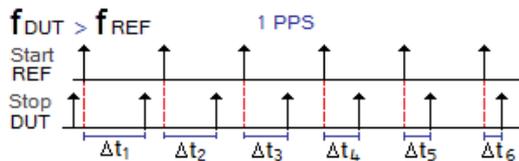


Fig. 3. Frecuencia de referencia menor.

En la Figura 3 el periodo de las señal del equipo bajo calibración (T_{DUT}) es menor que el periodo de la señal de la referencia (T_{REF}), por lo que el pulso del DUT aparece cada vez más temprano que la vez anterior, haciendo que el intervalo de tiempo entre la señal de Start y de Stop sea cada vez menor con el tiempo. Esto se traduce en una gráfica Δt vs t con pendiente negativa.

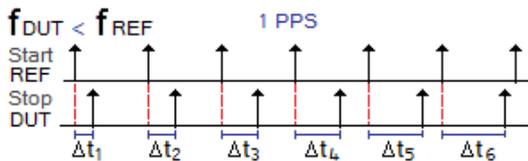


Fig. 4. Frecuencia de referencia mayor.

En la Figura 4 el periodo T_{DUT} es mayor que T_{REF} , por lo que el pulso del DUT aparece cada vez más tarde que la vez anterior, haciendo que el intervalo de tiempo entre la señal de Start y de Stop sea cada vez mayor con el tiempo. Esto se traduce en una gráfica Δt vs t con pendiente positiva.

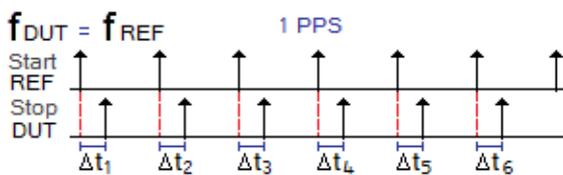


Fig. 5. Frecuencia de referencia mayor.

En la Figura 5, el periodo T_{DUT} es igual a T_{REF} , por lo que el pulso del DUT siempre demora el mismo tiempo en aparecer, haciendo que el intervalo de tiempo entre la señal de Start y de Stop se mantenga constante con el tiempo. Esto se traduce en una gráfica Δt vs t con pendiente cero.

3. CRONÓMETRO DIGITAL

Un cronómetro digital es un dispositivo que está formado de una base de tiempo, un contador, una pantalla y una fuente de energía [1]. La base de tiempo proporciona una serie de pulsos a una frecuencia determinada que hacen que el contador incremente su valor y según el número de pulsos contados se determina el intervalo de tiempo transcurrido, que luego es presentado en la pantalla en algún formato (hora, minuto, segundos), ver figura 6. La base tiempo de un cronómetro normalmente es un oscilador de cristal de cuarzo con una frecuencia nominal de 32 768 Hz.



Fig. 6. Partes básicas de un cronómetro.

Anteriormente se indicó que el error de tiempo del cronómetro se puede obtener comparando el tiempo indicado en su pantalla con el de un patrón. Este método es una medición de intervalo de tiempo, en la que a partir de un tiempo inicial T_0 , se mide el intervalo de tiempo que ha transcurrido tanto en el cronómetro como en el patrón durante un tiempo T , luego se comparan los dos intervalos de tiempo y se determina que tanto se ha adelantado o atrasado el cronómetro respecto al patrón. De este modo se obtiene directamente el error de tiempo del cronómetro, Δt_c . Este es el método más básico y natural de calibrar un cronómetro, pero se requieren de largos intervalos de tiempo para capturar el corrimiento de tiempo.

Otra forma de obtener el error de tiempo de un cronómetro es a partir del error de frecuencia de la base de tiempo del mismo [1], [2]. Esto es, encontrar el error de frecuencia del oscilador interno del cronómetro, el cual normalmente tiene una frecuencia de resonancia de 32 768 Hz [1]. También es posible medir múltiplos de la frecuencia del oscilador interno, las cuales se puede obtener de la frecuencia de actualización de la pantalla de cristal líquido (LCD) del cronómetro, normalmente con frecuencias de 28,444 Hz, 32 Hz ó 42,666 Hz [2]. En ambos casos, el error de frecuencia se puede obtener midiendo la frecuencia directamente o comparando la fase de la señal con una señal patrón (medición de intervalo de tiempo, ver figura 7). Para este caso se aplican las ecuaciones y esquema de la sección 2.

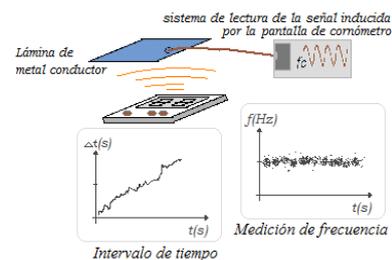


Fig. 7. Mediciones de frecuencia y diferencia de tiempo.

Tomando en cuenta que un cronómetro mide intervalos de tiempo en base a la cantidad de pulsos que recibe de su base de tiempo, veamos qué efecto tiene en el intervalo de tiempo de un cronómetro el hecho que su base tiempo no sea exactamente su valor nominal.

Sea T_n el periodo de la frecuencia nominal (f_n) del cronómetro, entonces un intervalo T debe tomar k periodos de esta señal, es decir:

$$T = kT_n \quad (3)$$

Si la frecuencia real de la base de tiempo es mayor a f_n , entonces:

$$f_c = f_n + \alpha \quad \text{y} \quad T_c = T_n - \delta \quad (4)$$

Donde, α y δ son valores positivos.

Con el valor de frecuencia real, el intervalo T debe tomar k periodos de esta frecuencia (f_c), esto es:

$$T = k(T_n - \delta) \quad (5)$$

Esto demuestra que el intervalo T , con valores nominales, es mayor que con valores reales.

$$kT_n > k(T_n - \delta) \quad (6)$$

El cronómetro se adelanta con el tiempo, ya que su base de tiempo tarda menos tiempo en generar k periodos de su señal de base de tiempo. En resumen, para un intervalo T , si $f_c > f_n$ el cronómetro se adelanta porque el número de pulsos contados es mayor al esperado, por otro lado, si $f_c < f_n$ el número de pulsos es menor y por tanto el cronómetro se atrasa.

La figura 8 ilustra el comportamiento del error de tiempo del cronómetro, Δt_c , según sea el valor de la frecuencia de la base tiempo, f_c , respecto al valor nominal, f_n . Se puede observar que si la frecuencia es mayor a la nominal entonces el cronómetro se adelanta ($\frac{\Delta t_c}{T}$ es positivo), y en caso contrario se atrasa ($\frac{\Delta t_c}{T}$ es negativo). Si la frecuencia de la base de tiempo del cronómetro es exactamente igual a su valor nominal entonces el error en el conteo de tiempo se mantiene constante.

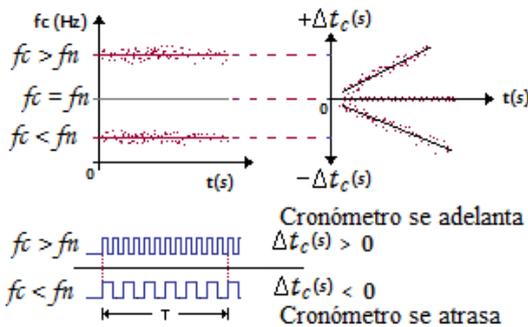


Fig. 8. Frecuencia de la base tiempo y el error de tiempo, Δt_c

Si comparamos las figuras 2 y 8 podemos observar que el comportamiento de Δt_c es inverso respecto a Δt , lo que se traduce en que para obtener el error de tiempo de un cronómetro a partir del error de frecuencia de su base tiempo

es necesario que el signo menos sea omitido en la ecuación 2, tal como lo muestra la ecuación 7.

$$\frac{\Delta t_c}{T} = \frac{\Delta f}{f} \quad (7)$$

3. EJEMPLO PRÁCTICO

En esta sección se muestra un escenario con valores numéricos para la obtención del error de tiempo de un cronómetro, utilizando los métodos de comparación directa y medición de la base de tiempo.

A. Método de comparación directa

Se utiliza una tarjeta procesadora de tiempo y frecuencia referenciada a un reloj atómico, BC635PCI. Esta tarjeta mediante un programa de computadora se configura para que lleve el tiempo de referencia (análogo a un cronómetro de alta exactitud y estabilidad), y además permite que el operador registre el tiempo que lleva con tan solo oprimir una tecla.

La Tabla 1 muestra los datos registrados en tres días diferentes para un mismo cronómetro, es importante señalar que los datos son registrados, en los tres días, a la misma hora.

Tabla 1. Datos registrados en tres días diferentes.

Patrón			Objeto			Fecha
hh	mm	ss	hh	mm	ss	dd/mm/aaaa
11	43	30.2286	0	5	30	06/04/2010
11	43	40.2667	0	5	40	
11	43	50.2492	0	5	50	
11	44	0.2422	0	6	0	
11	44	10.2399	0	6	10	
11	44	20.2704	0	6	20	
11	44	30.2283	0	6	30	
11	44	40.2383	0	6	40	
11	43	29.6676	4	5	30	07/04/2010
11	43	39.6369	4	5	40	
11	43	49.6678	4	5	50	
11	43	59.6631	4	6	0	
11	44	9.6267	4	6	10	
11	44	19.6624	4	6	20	
11	44	29.6606	4	6	30	
11	44	39.6457	4	6	40	
11	43	29.0518	8	5	30	08/04/2010
11	43	39.0462	8	5	40	
11	43	49.0796	8	5	50	
11	43	59.0581	8	6	0	
11	44	9.0254	8	6	10	
11	44	19.0464	8	6	20	
11	44	29.0585	8	6	30	
11	44	39.0536	8	6	40	

Dado que el operador no es lo suficientemente rápido para registrar los datos cada segundo, entonces se utiliza un periodo de muestreo de 10 segundos. Cada vez que el cronómetro marca en su pantalla un múltiplo de 10 s, se registra automáticamente el tiempo del patrón al presionar la tecla ENTER en el teclado (el operador registra manualmente el tiempo del cronómetro).

Estos datos se procesan para obtener el error del cronómetro, en este trabajo se evalúan intervalos de 10 s, 20 s, 30 s, 40 s, 50 s, 86400 s y 172800 s. Solamente se presenta el procesamiento para el intervalo de 40 s, 86400 y 172800 s, pero más adelante se muestra una gráfica con los resultados obtenidos para todos los intervalos.

Del conjunto de datos de la tabla 1, de cada día de medición, se escogen cuatro intervalos de 40 s para obtener el error del cronómetro a 40 s. La tabla 2 muestra los grupos de intervalos de 40 s seleccionados.

Tabla 2. Datos para evaluar intervalo de 40 s.

Fecha	Patrón			Objeto		
dd/mm/aaaa	hh	mm	ss	hh	mm	ss
06/04/2010	11	43	30.2286	0	5	30
	11	44	10.2399	0	6	10
	11	43	40.2667	0	5	40
	11	44	20.2704	0	6	20
	11	43	50.2492	0	5	50
	11	44	30.2283	0	6	30
	11	44	0.2422	0	6	0
07/04/2010	11	44	40.2383	0	6	40
	11	43	29.6676	4	5	30
	11	44	9.6267	4	6	10
	11	43	39.6369	4	5	40
	11	44	19.6624	4	6	20
	11	43	49.6678	4	5	50
	11	44	29.6606	4	6	30
08/04/2010	11	43	59.6631	4	6	0
	11	44	39.6457	4	6	40
	11	43	29.0518	8	5	30
	11	44	9.0254	8	6	10
	11	43	39.0462	8	5	40
	11	44	19.0464	8	6	20
	11	43	49.0796	8	5	50
08/04/2010	11	44	29.0585	8	6	30
	11	43	59.0581	8	6	0
	11	44	39.0536	8	6	40

La tabla 3 muestra el error, el error promedio y desviación estándar para los grupos de intervalos de 40 s seleccionados.

Tabla 3. Error en un intervalo de 40 s.

Δ Patrón	Δ Objeto	Δ Objeto - Δ Patrón
(s)	(s)	(s)
40.0113	40	-0.0113
40.0037	40	-0.0037
39.9791	40	0.0209
39.9961	40	0.0039
39.9591	40	0.0409
40.0255	40	-0.0255
39.9928	40	0.0072
39.9826	40	0.0174
39.9736	40	0.0264
40.0002	40	-0.0002
39.9789	40	0.0211
39.9955	40	0.0045
Error Promedio, Δt_c (s)		0.008
Dispersión, σ (s)		0.018
$\Delta t_c/T$ (s/s), T=40 s		2.12E-04

Del conjunto de datos de la tabla 1, se escogen ocho intervalos de 86400 s para obtener el error del cronómetro a 86400 s. La tabla 4 muestra los grupos de intervalos de 86400 s seleccionados.

Tabla 4. Datos para evaluar intervalo de 86400 s.

Fecha	Patrón			Objeto		
dd/mm/aaaa	hh	mm	ss	hh	mm	ss
06/04/2010	11	43	30.2286	0	5	30
07/04/2010	11	43	29.6676	4	5	30
06/04/2010	11	43	40.2667	0	5	40
07/04/2010	11	43	39.6369	4	5	40
06/04/2010	11	43	50.2492	0	5	50
07/04/2010	11	43	49.6678	4	5	50
06/04/2010	11	44	0.2422	0	6	0
07/04/2010	11	43	59.6631	4	6	0
07/04/2010	11	43	29.6676	4	5	30
08/04/2010	11	43	29.0518	8	5	30
07/04/2010	11	43	39.6369	4	5	40
08/04/2010	11	43	39.0462	8	5	40
07/04/2010	11	43	49.6678	4	5	50
08/04/2010	11	43	49.0796	8	5	50
07/04/2010	11	43	59.6631	4	6	0
08/04/2010	11	43	59.0581	8	6	0

La tabla 5 muestra el error, el error promedio y desviación estándar para los grupos de intervalos de 86400 s seleccionados.

Tabla 5. Error en un intervalo de 86400 s.

Δ Patrón (s)	Δ Objeto (s)	Δ Objeto - Δ Patrón (s)
59.4390	60	0.5610
59.3702	60	0.6298
59.4186	60	0.5814
59.4209	60	0.5791
59.3842	60	0.6158
59.4093	60	0.5907
59.4118	60	0.5882
59.3950	60	0.6050
Error Promedio, Δt_c (s)		0.594
Dispersión, σ (s)		0.022
$\Delta t_c/T$ (s/s), T=86400 s		6.87E-06

Del conjunto de datos de la tabla 1 se escogen cuatro intervalos de 172800 s para obtener el error del cronómetro a 172800 s. La tabla 6 muestra los grupos de intervalos de 86400 s seleccionados.

Tabla 6. Datos para evaluar intervalo de 172800 s.

Fecha	Patrón			Objeto		
	hh	mm	ss	hh	mm	ss
06/04/2010	11	43	30.2286	0	5	30
08/04/2010	11	43	29.0518	8	5	30
06/04/2010	11	43	40.2667	0	5	40
08/04/2010	11	43	39.0462	8	5	40
06/04/2010	11	43	50.2492	0	5	50
08/04/2010	11	43	49.0796	8	5	50
06/04/2010	11	44	0.2422	0	6	0
08/04/2010	11	43	59.0581	8	6	0

La tabla 7 muestra el error, el error promedio y desviación estándar para los grupos de intervalos de 1728000 s seleccionados.

Tabla 7. Error en un intervalo de 172800 s.

Δ Patrón (s)	Δ Objeto (s)	Δ Objeto - Δ Patrón (s)
58.8232	60	1.1768
58.7795	60	1.2205
58.8304	60	1.1696
58.8159	60	1.1841
Error Promedio, Δt_c (s)		1.188
Dispersión, σ (s)		0.023
$\Delta t_c/T$ (s/s), T=172800 s		6.87E-06

La figura 9 muestra el error de tiempo para los intervalos de 10 s, 20 s, 30 s, 40 s, 50 s, 86400 s y 172800 s. En esta figura podemos notar que a cortos intervalos de tiempo (10 s, 20 s, 30 s, 40 s, 50 s) el error de tiempo queda enmascarado por el tiempo de reacción humano (≈ 0.1 s) y la dispersión de los datos registrados ($\approx 0,02$ s). Mientras que para grandes periodos de tiempo (86400 s y 172800 s) el error de tiempo es mayor que el tiempo de reacción humano y la dispersión de los datos registrados, por tanto el error obtenido es más confiable.

Por lo anterior es recomendable medir largos periodos de tiempo (86400 s), en el método de comparación directa, para obtener resultados confiables.

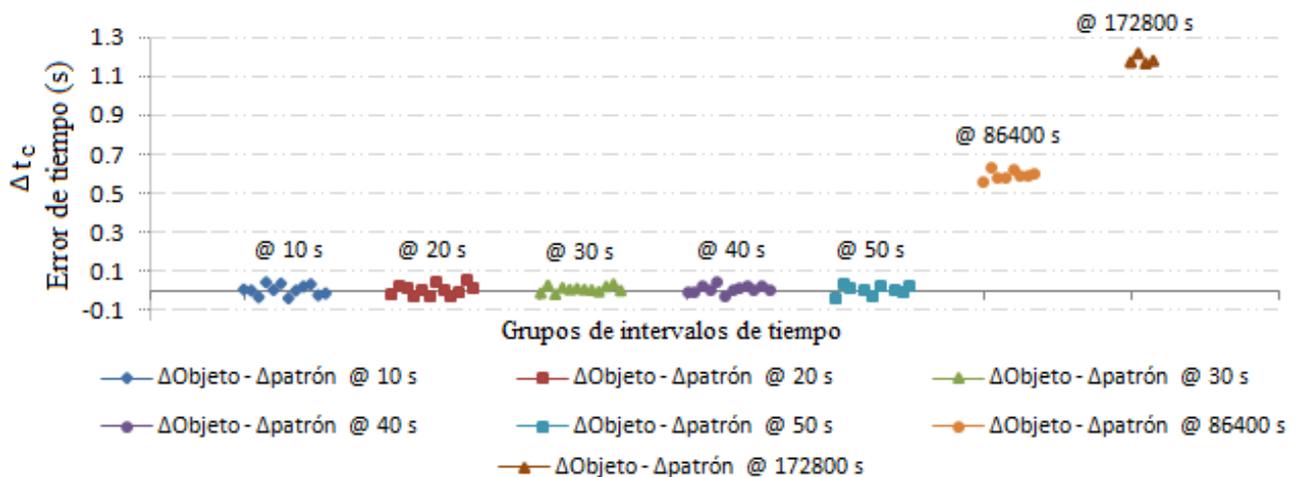
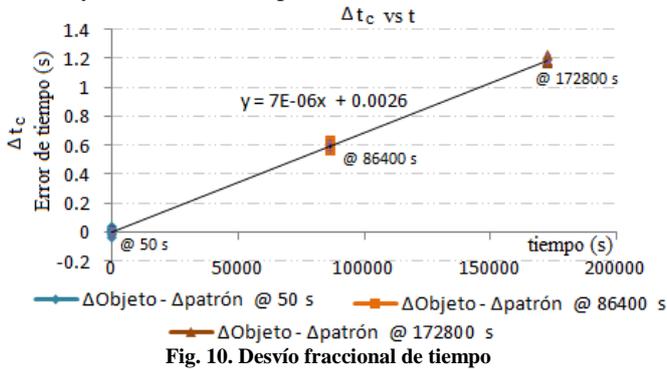


Fig. 9. Error de tiempo obtenido en diferentes intervalos de medición.

En la figura 10 se ha hecho una regresión lineal para obtener directamente el desvío fraccional de tiempo $\Delta t/T$ (pendiente de la recta), el cual es igual al obtenido en la tabla 5 y 7, como es de esperar.



La pendiente en la figura 10 es positiva, esto indica que el cronómetro se adelanta con respecto al patrón (sección 3). En la próxima sección se presenta el método de medición de

la base de tiempo del cronómetro y el resultado debe ser similar al obtenido en esta sección.

El resultado de la medición es:
 Desvío Fraccional de tiempo $\Delta t_c/T = 7E-06$ s/s
 Incertidumbre relativa $U_{rel} = 2E-6$ s/s ($k=2$)

La expresión que relaciona el tiempo del cronómetro con el tiempo del Patrón Nacional de Tiempo es:

$$t_0 = (1 - 7E - 6 \pm 2E - 6)t_{cr}$$

donde:

t_0 es el tiempo real transcurrido en segundos.

t_{cr} es el tiempo medido con el cronómetro en segundos.

La tabla 8 muestra la estimación de la incertidumbre del método de comparación directa (específicamente para el error a 86400 s, pero aplica también para los demás intervalos de tiempo solamente considerando la correspondiente dispersión de los datos).

Tabla 8. Fuentes de incertidumbre en el método de comparación directa.

Fuente	Incertidumbre (s)	Distribución	Incert. Normalizada U(Xi)	Ci	Incert. Combinada. Uc	Grados de libertad	
Uores Resolución del objeto	0.001	Rectangular	2.89E-04	1	1.02E-01	5000	$k = 2.04$
Uopreac Tiempo de reacción	0.1	Rectangular	2.89E-02	1		50	$U(s) = 0.21$
Upbtim Base de tiempo	1E-11	Normal	1E-11	1		50	$U_{rel}(s) = 2E-6$
Upres Resolución del patrón	0.0001	Rectangular	2.89E-02	1		5000	Para T=86400 s
Urep Dispersión de los datos	0.022	Normal	0.022	1		7	

B. Método de medición de la base de tiempo

En este método se utiliza un circuito electrónico que captura la señal de actualización de la pantalla LCD del cronómetro. El cronómetro se coloca junto con el circuito dentro de una caja con blindaje metálico para minimizar las interferencias electromagnéticas. Los valores de frecuencia son capturados cada segundo con un contador universal 32132A Agilent, referenciado a un reloj atómico. El sistema de medición completo tiene una incertidumbre relativa de $2.32E-7$ Hz/Hz ($k=2$) en la medida de la frecuencia de la señal de actualización de la pantalla LCD.

La figura 11 muestra los valores de frecuencia capturados por el sistema de medición durante una hora (3600 s), en esta medición el valor nominal de la frecuencia de actualización de la pantalla LCD del cronómetro es 32 Hz. La tabla 9 muestra los primeros ocho valores de frecuencia capturados, donde se puede observar las variaciones y el desvío respecto a su valor nominal.

El error de frecuencia de la base de tiempo del cronómetro se obtiene al promediar los desvíos fraccionales de frecuencia individuales, ecuación 8.

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{f_i - f_n}{f_n} \quad (8)$$

donde,

f_i : valor de frecuencia capturado en el tiempo $i=1,2,... M$.

f_n : valor nominal de la frecuencia medida.

M : Cantidad de valores capturados.

Tabla 9. Primeros ocho valores medidos de frecuencia

Tiempo (s)	Frecuencia medida (Hz)
1	32.00021337
2	32.00021104
3	32.00019858
4	32.00022342
5	32.00023796
6	32.00017732
7	32.00023613
8	32.00022812

La dispersión de los datos se evalúa utilizando la desviación de Allan, ecuación 9.

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} [y_{i+1} - y_i]^2} \quad (9)$$

donde,

$$y_i = \frac{f_i - f_n}{f_n} : i\text{-ésimo desvío fraccional de}$$

M : Cantidad de valores capturados.

τ : Periodo de observación.

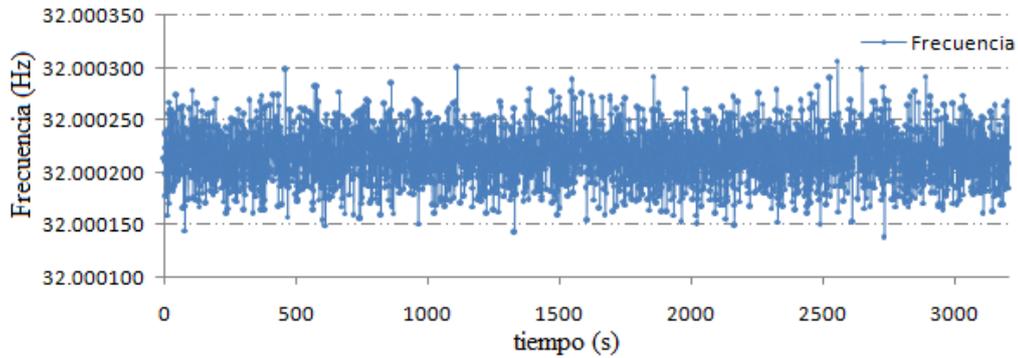


Fig. 11. Valores de frecuencia medidos en la medición de la base de tiempo del cronómetro.

El resultado de la medición se muestra en la tabla 10. El offset de frecuencia ($\frac{\Delta f}{f}$) es positivo, esto indica que la frecuencia medida es mayor que la frecuencia nominal del cronómetro.

Tabla 10. Error de la base de tiempo del cronómetro

$\frac{\Delta f}{f}$ (Hz/Hz)	6.77E-6
Dispersión, σ_y (s) @ $\tau = 1$ s	7.53E-7

El desvío fraccional de tiempo del cronómetro es igual desvío fraccional de frecuencia de la base de tiempo del cronómetro, como lo indica la ecuación 3. Para obtener el error de tiempo por día, simplemente multiplicamos el desvío fraccional de frecuencia y el número de segundo por día (86400s). Despejando Δt_c de la ecuación 3 obtenemos:

$$\Delta t_c = \frac{\Delta f}{f} \times T$$

$$\Delta t_c = (6.77E-6) * 86400$$

$$\Delta t_c = 0.585 \text{ s}$$

Como se indicó en el final de la parte A de esta sección, el resultado obtenido es similar, pero con la ventaja que se obtuvo empleando 1 hora en el proceso de calibración versus las 48 horas empleadas en el primer método.

El resultado de la medición es:

Desvío Fraccional de tiempo $\Delta t_c/T = 7E-06$ s/s

Incertidumbre: $U_{rel} = 2E-6$ s/s ($k=2$)

La expresión que relaciona el tiempo del cronómetro con el tiempo del Patrón Nacional de Tiempo es:

$$t_0 = (1 - 7E - 6 \pm 2E - 6) t_{cr}$$

donde:

t_0 es el tiempo real transcurrido en segundos.

t_{cr} es el tiempo medido con el cronómetro en segundos.

La tabla 11 muestra la estimación de la incertidumbre. La fuente de incertidumbre debida al sistema de medición (u_{MED}) corresponde al conjunto formado por el contador de frecuencia y el circuito electrónico que captura la señal de la pantalla LCD. La incertidumbre por la repetibilidad en las mediciones (u_{OREP}) se evalúa por medio de la desviación de Allan, para un segundo de periodo de observación.

Tabla 11. Fuentes de incertidumbre en el método de medición de la base de tiempo.

Fuente de incertidumbre	Distribución	Incertidumbre Normalizada (Hz/Hz)	c_i	$u_i(y)$ (Hz/Hz)	Grados de libertad	$V_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{(u_i(y))^4}{v_i}}$
Sistema de medición (u_{MED})	Normal	$(2.32 \times 10^{-7})/2$	1	1.16×10^{-7}	5000	5000
Repetibilidad (u_{OREP})	Normal	7.53×10^{-7}	1	7.53×10^{-7}	3599	
					k	2
					$u_c(y)$	7.62×10^{-7} (Hz/Hz)
					$U_{rel}(k=2)$	1.52×10^{-6} (Hz/Hz)

4. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en el método de comparación directa y medición de la base de tiempo satisfacen los planteamientos de la sección 3. Es decir, el desvío fraccional de tiempo de un cronómetro es igual al desvío fraccional de frecuencia de sus base tiempo.

Observando directamente los resultados finales, estrictamente las incertidumbres relativas, podemos pensar que tienen el mismo origen, pero analizando a fondo tenemos lo siguiente.

- En el método de comparación directa se obtiene primero el error de tiempo y su incertidumbre en un largo periodo de tiempo T , y luego se expresa este error relativo a ese período de tiempo, $\Delta t_e/T$. *Si observamos la tabla 8, notaremos que el error a 86400 es 0.6 s y la incertidumbre es 0.2 s.*
- En el método de medición de la base de tiempo, se mide cada segundo un valor de frecuencia, que tiene asociado un valor de desvío fraccional de frecuencia $\frac{\Delta f}{f}$, y utilizando la ecuación 3 obtenemos el error de tiempo relativo a un segundo (muy difícil de lograr con el método de comparación directa). *Estrictamente en este caso, se obtiene el error de tiempo a 1 segundo, el cual es 7 μ s con una incertidumbre de 2 μ s.*

En conclusion en el método de comparación directa se obtiene el error de un gran intervalo de tiempo con una alta incertidumbre. Mientras que el método de medición de la base tiempo se obtiene el error de un corto intervalo de tiempo con una pequeña incertidumbre.

5. REFERENCIAS

- [1] Jeff C. Gust, Robert M. Graham, Michael A. Lombardi, "Stopwatch and Timer Calibrations", May 2004.
- [2] Leonardo Trigo, Daniel Slomovitz, "Calibración de cronómetros digitales por método de inducción", IEEE, 7° encuentro de Energía, Potencia, Instrumentación y Medidas. 16 y 17 de Octubre del 2008, Montevideo-URUGUAY.